**2 слайд**

Целью данной выпускной квалификационной работы является изучение свойства операторной экспоненты для трёхкубитных[[1]](#footnote-1) квантовых систем и разработка алгоритмов её вычисления с помощью разложения генерирующего оператора. Ну а задачи следующие:

1. Изучить основные свойства базиса Паули
2. Рассмотреть возможные типы однородных трёхкубитных гамильтонианов
3. Разработать алгоритм вычисления операторной экспоненты для трёх кубитов в базисе Паули

**3 слайд**

Теория квантовых вычислений продолжает быть актуальной на протяжении последних двух десятилетий.

Различные типы и подтипы квантовых вычислений адаптированы для различных технологий и аппаратных архитектур, но их математические структуры построены с использованием одних и тех же базовых понятий гильбертова пространства, квантовой наблюдаемости, унитарного оператора и квантового состояния.

**4 слайд**

Чтобы вычислять операторную экспоненту, надо сначала понять что такое операторная экспонента. Операторная экспонента – это математический объект, который используется в квантовой механике для описания эволюции квантовых систем во времени. Формула для вычисления операторной экспоненты через ряд Маклорена представлена на слайде под номером 1. Перейдём к базису Паули.

Определение базиса Паули в гильбертовом пространстве[[2]](#footnote-2) представлено на слайде. – тождественный оператор. Очевидно, что базис Паули состоит из элементов.

Во второй формуле – строки Паули, где Для строк Паули мы будем использовать сокращённую запись, где --- десятичное представление числа , заданного в системе счисления по основанию 4. Далее о матрицах и операторах Паули.

**5 слайд**

Пусть кет векторы 0 и 1 являются ортонормированным базисом в некотором однокубитном пространстве в . На слайде изображены единичная матрица и матрицы Паули, а также четыре оператора Паули, которые эрмитовы[[3]](#footnote-3) и унитарны[[4]](#footnote-4) одновременно. Далее речь пойдёт о гамильтониане.

**6 слайд**

Общий вид гамильтониана выглядит следующим образом. Но мы будем рассматривать специальный случай, когда гамильтониан состоит из трёх слагаемых и выглядит следующим образом. Где – некоторые коэффициенты, а – операторы Паули. Есть 4 вида гамильтонианов, первые три в рамках моей работы нас не интересуют. И вот почему. Рассмотрим, например, первый случай, когда все операторы гамильтониана коммутируют. Это значит, что после всех преобразований операторы будут приведены, как подобные слагаемые, так как . Во втором случае обратная ситуация, все операторы антикоммутируют, что приводит к простому аналитическому решению. В третьем случае за счёт коммутирования операторов и , и , и суммы операторов и с задача становится тривиальной. Нас интересует 4-ый вид гамильтониана, только в этом случае могут возникнуть проблемы. Он и рассматривается в рамках моей работы.

**7 слайд**

Для того, чтобы рассчитать операторную экспоненту в базисе Паули, для начала нам потребуется вычислять композицию двух операторов. Вычисляется она по формуле под номером семь.

– искомый оператор композиции, а это или , которая вычисляется по формуле 8, где – количество соответствий 1-2, 2-3, 3-1, – количество соответствий 2-1, 2-3, 1-3. Далее о программной реализации.

**8 слайд**

Для вычисления композиции двух операторов Паули был реализован класс , который содержит следующие методы:

1. - рассчитывает , используя формулу 7
2. – вычисляет
3. – рассчитывает , используя формулу 8

Для вычисления степеней гамильтониана был реализован класс , который состоит из методов:

1. – рассчитывает композицию операторов после композиции
2. - вычисляет вторую степень гамильтониана по формуле (на слайде)
3. – вычисляет третью степень гамильтониана по формуле (на слайде)

Данные формулы были получены аналитически. Перейдём к демонстрации работы программы

**9 слайд**

Входные данные представляют из себя три коэффициента операторов Паули и три оператора Паули. Результатом выполнения данной программы выступят два гамильтониана, второй и третьей степени. Подведём итоги.

**10 слайд**

В работе были изучены свойства базиса Паули, рассмотрены возможные типы однородных трёхкубитных гамильтонианов и разработан алгоритм вычисления операторной экспоненты для трёх кубитов в базисе Паули на языке C#.

Спасибо за внимание.

Эрмитово-сопряжённый оператор – оператор, чьи матрицы комплексно сопряжены и транспонированы.

Гамильтониан – оператор полной энергии системы или фиксированный для конкретной (замкнутой) системы эрмитов оператор

1. Кубит – комплексное двумерное гильбертово пространство, а его состояние это комплексные прямые. [↑](#footnote-ref-1)
2. Гильбертово пространство — обобщение евклидова пространства, допускающее бесконечную размерность и полное по метрике, порождённой скалярным произведением. [↑](#footnote-ref-2)
3. Оператор называется эрмитовым, если он удовлетворяет равенству для всех из области определения . [↑](#footnote-ref-3)
4. Унитарный оператор – ограниченный линейный оператор на гильбертовом пространстве , который удовлетворяет соотношению , где эрмитово сопряжённый к оператор, и единичный оператор. [↑](#footnote-ref-4)